9e année

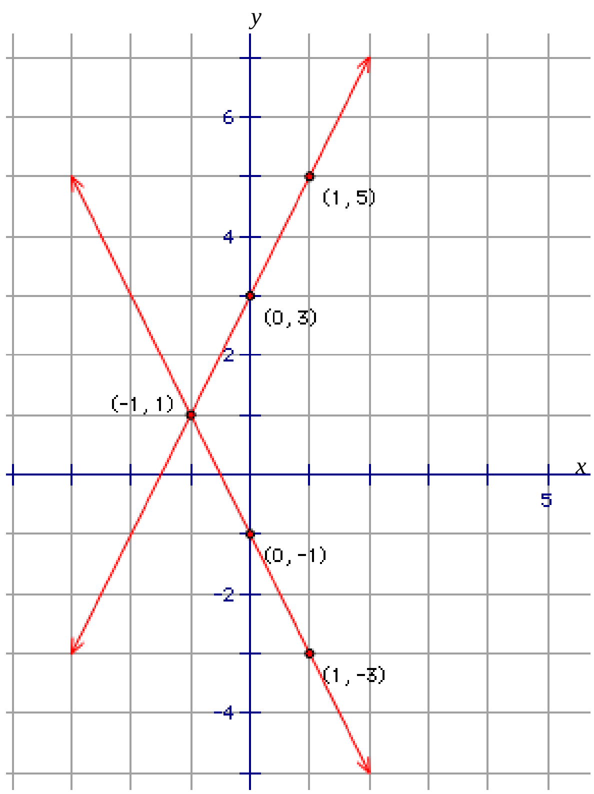
Géométrie analytique et Relations: Intersection de droites

N'oublie pas de jouer à **System of Equations Basketball**
http://www.math-play.com/System-of--Equations-Game.html
Rends-toi à l'adresse *www.wiredmath.ca* pour les liens.

Lorsqu'on cherche le point d'intersection de deux droites, les équations forment un **système d'équations**, soit un ensemble d'équations dont les inconnues sont les mêmes dans toutes les équations. Par exemple, $\left.\begin{array}{r} y = 2x + 3 \\ y = -2x - 1 \end{array}\right\}$ est un système de deux équations à deux inconnues, x et y.

Lorsqu'on **résout** un système d'équations (ou qu'on détermine un point d'intersection), on cherche les valeurs de x et de y qui vérifient les deux équations. Ainsi, si (a, b) est le point d'intersection, ses coordonnées vérifient les deux équations.

On peut déterminer un point d'intersection en traçant les droites dans un même plan.

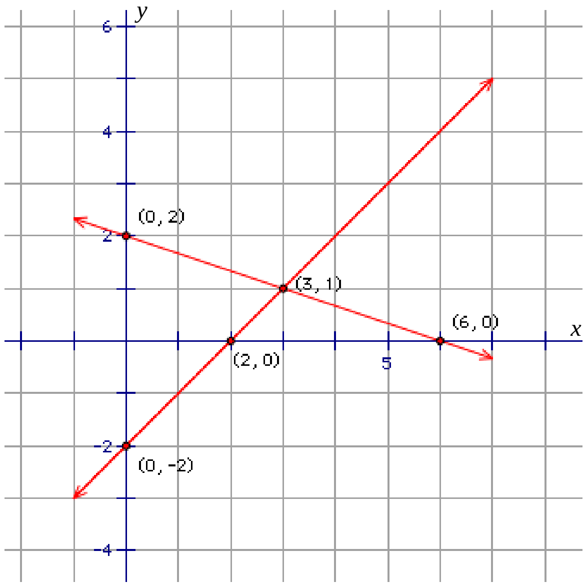


Exemple 1
Détermine le point d'intersection des droites d'équations : $y = 2x + 3$

$y = -2x - 1$

Solution
D'après son équation, la première droite a une pente de 2 et une ordonnée à l'origine de 3. Elle passe donc par les points (0, 3) et (1, 5).
D'après son équation, la deuxième droite a une pente de –2 et une ordonnée à l'origine de –1. Elle passe donc par les points (0, –1) et (1, –3).
On voit que les droites se coupent au point (–1, 1).
Donc, le point d'intersection est le point (–1, 1).
On peut voir que ses coordonnées vérifient les deux équations : $1 = 2(-1) + 3$

$1 = -2(-1) - 1$



Exemple 2

Détermine le point d'intersection des droites d'équations : $x + 3y = 6$

$$x - y = 2$$

Solution

Pour tracer les droites définies par ces équations, il est plus facile de déterminer les coordonnées à l'origine, à cause de la forme des équations. Pour l'abscisse à l'origine, on pose $y = 0$ et pour l'ordonnée à l'origine, on pose $x = 0$.

La droite d'équation $x + 3y = 6$ a une abscisse à l'origine de 6 et une ordonnée à l'origine de 2. Elle passe donc aux points (6, 0) et (0, 2). La droite d'équation $x - y = 2$ a une abscisse à l'origine de 2 et une ordonnée à l'origine de –2. Elle passe donc aux points (2, 0) et $(0, -2)$.

On trace les droites et on constate que le point d'intersection est le point (3, 1).

Exemple 3

Détermine le point d'intersection des droites d'équations :

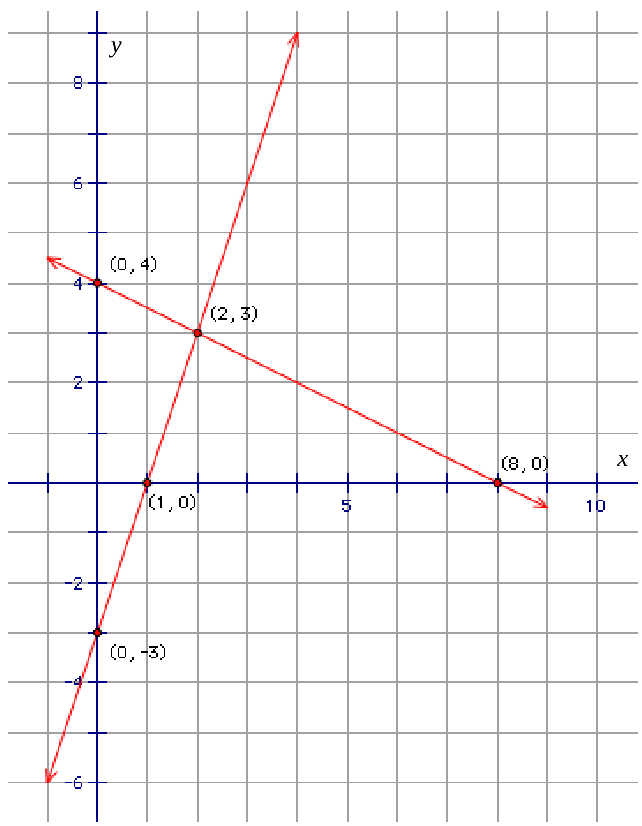
$$x + 2y = 8$$

$$y = 3x - 3$$

Solution

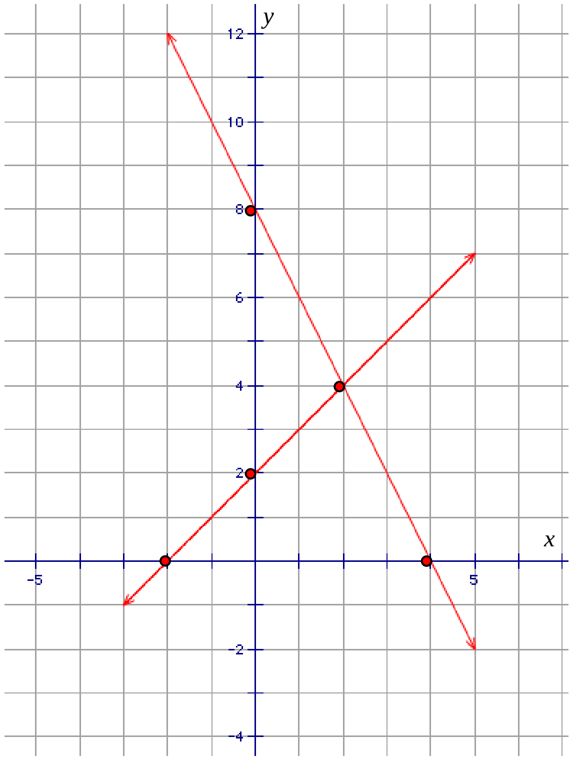
Pour tracer la première droite, on détermine les coordonnées à l'origine. D'après l'équation $x + 2y = 8$, la droite a une abscisse à l'origine de 8 et une ordonnée à l'origine de 4. La droite passe donc aux points (8, 0) et (0, 4). D'après l'équation $y = 3x - 3$, la droite a une pente de 3 et une ordonnée à l'origine de -3. Elle passe donc aux points $(0, -3)$ et $(1, 0)$.

On trace les droites et on constate que le point d'intersection est le point (2, 3).

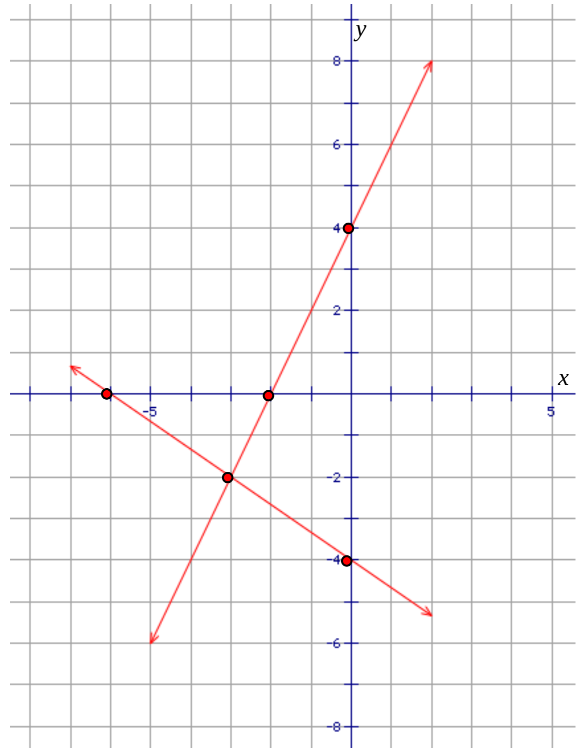


1. Dans chaque cas, indique le point d'intersection des deux droites. Indique aussi la pente, l'abscisse à l'origine et l'ordonnée à l'origine de chaque droite.

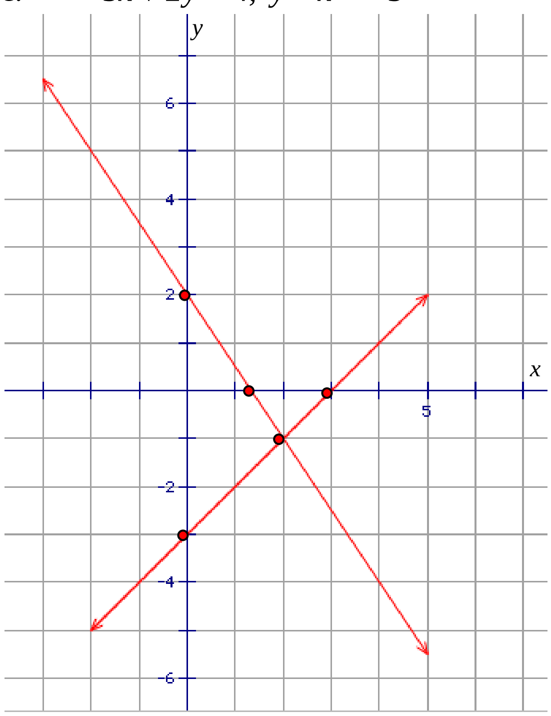
a. $y = x + 2,\ y = -2x + 8$



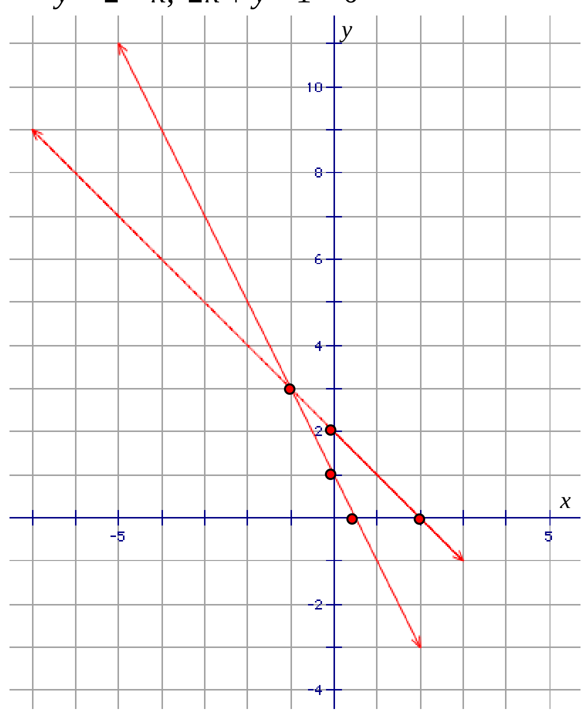
b. $2x + 3y = -12,\ y = 2x + 4$



c. $3x + 2y = 4,\ y - x = -3$



d. $y = 2 - x,\ 2x + y - 1 = 0$



Contenus d'apprentissage : i) déterminer le point d'intersection de deux droites de façon graphique; ii) interpréter la solution d'un système d'équations dans le contexte d'une application. *D'autres activités et ressources du Centre d'éducation en mathématiques et en informatique sont disponibles sur le site www.cemc.uwaterloo.ca.*

2. a. Dans chaque cas, détermine de façon graphique le point d’intersection des droites définies par les équations.

i.	$y = 6 - x$ $y = 2x + 6$	ii.	$2x + 3y = 7$ $6y - x = 19$	iii.	$y = 2x - 13$ $y = 2x + 3$
iv.	$y = x + 2$ $y = 2x + 4$	v.	$y = x + 2$ $5 = y + 2x$	vi.	$y - 2x = -7$ $y - 3x = -12$
vii.	$y - x = -2$ $y - 2x = -4$	viii.	$6 - x = y$ $2y - x = 0$	ix.	$y = x - 4$ $y - 2x = -9$
x.	$y - 3x = 2$ $y = 3x + 5$	xi.	$y = 8 - x$ $y = x - 4$	xii.	$2x + 3y - 4 = 0$ $4x + 6y = 17$

b. Que peut-on dire des droites qui n’admettent aucun point d’intersection?

c. Place tous les points d’intersection dans un autre plan cartésien et près de chaque point, indique la lettre de la question. Ensuite, relie les paires de points suivants :
   i. a. à b.
   ii. a. à c.
   iii. e. à f.
   iv. g. à h.
   v. j. à k.

Quelle lettre vois-tu? Si tu travailles fort et bien, tu en recevras sans doute dans un avenir rapproché.

Le savais-tu?

Une mine typique d’un crayon HB peut tracer une ligne longue de 55 kilomètres! Cela correspond à écrire environ 45 000 mots! Peux-tu tracer un graphique qui représente la relation entre la longueur d’une ligne droite et le nombre de crayons qu’il faut pour la tracer?

3. René lance une petite entreprise en vendant des crayons. Le lancement de l’entreprise coûte 5,00 $. Il achète chaque crayon au coût de 30 ¢ et le vend au coût de 50 ¢.
   a. Écris une équation qui représente la relation entre le coût total et le nombre de crayons achetés.
   b. Écris une équation qui représente la relation entre ses recettes et le nombre de crayons vendus.
   c. Trace la représentation graphique des deux équations dans un même repère.
   d. Indique le point d’intersection. Que représente ce point par rapport à la situation donnée?
   e. Si René vend 50 crayons, quel sera son profit (recettes moins coût ou $P = R - C$)?
   f. Si René baisse le prix de vente d’un crayon à 30 ¢, combien de crayons doit-il vendre pour atteindre son seuil de rentabilité (point où il n’y a ni perte, ni gain)?

Contenus d’apprentissage : i) déterminer le point d’intersection de deux droites de façon graphique; ii) interpréter la solution d’un système d’équations dans le contexte d’une application. *D’autres activités et ressources du Centre d’éducation en mathématiques et en informatique sont disponibles sur le site www.cemc.uwaterloo.ca.*

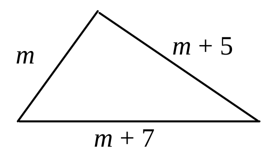
TOUT UN DÉFI!

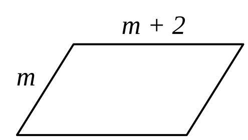
4. Les droites définies par les équations suivantes se coupent deux à deux en trois points qui forment un triangle. Détermine l'aire de ce triangle.
$y = 7 - x$
$y = 7 - 7x$
$y = 0$

Un peu d'histoire

C'est Carl Friedrich Gauss qui formalisa la résolution de systèmes d'équations du premier degré, mais des méthodes semblables peuvent être retracées à l'an 150 av. J.-C., dans un livre chinois intitulé *Les neuf chapitres de l'art mathématique.*

5. Les deux figures ci-contre ont le même périmètre.
   a. Pour chaque figure, écris une équation qui représente la relation entre la valeur de *m* et le périmètre.
   b. Représente chacune de ces équations de façon graphique.
   c. Indique les coordonnées du point d'intersection.
   d. Détermine le périmètre de chaque figure lorsqu'elles ont le même périmètre.





6. Jessica a acheté des fruits au supermarché. La caissière lui a demandé combien elle avait de fruits de chaque sorte. En souriant, elle a répondu « J'ai quatre oranges de moins que deux fois le nombre de pommes ». La caissière l'a regardé d'un air inquiet. Jessica a donc ajouté « Le nombre d'oranges est égal à huit moins deux fois le nombre de pommes ».
   a. Écris une équation qui représente la relation entre le nombre de pommes et le nombre d'oranges selon chaque phrase de Jessica. Représente chaque équation de façon graphique.
   b. Indique les coordonnées du point d'intersection des droites.
   c. Combien a-t-elle acheté de pommes et d'oranges?
   d. Additionne les deux équations membre par membre. Comment cela t'aide-t-il?

7. Détermine une valeur de *k* pour laquelle les droites représentées par les équations suivantes sont perpendiculaires : $kx + 2y - 1 = 0$
$2x - 3y + 5 = 0$

N'oublie pas les exercices en ligne suivants!
Rends-toi à l'adresse www.wiredmath.ca pour les liens.

Systems of Equations Quizzes
http://www.quia.com/cz/10498.html?AP_rand=1900171386

Contenus d'apprentissage : i) déterminer le point d'intersection de deux droites de façon graphique; ii) interpréter la solution d'un système d'équations dans le contexte d'une application. *D'autres activités et ressources du Centre d'éducation en mathématiques et en informatique sont disponibles sur le site www.cemc.uwaterloo.ca.*